Popularny opis projektu

a) Klasy charakterystyczne wiązek płaskich

Płaska wiązka to rodzina przestrzeni wektorowych nad pewną bazą (przestrzenią parametrów), która jest w pewnym sensie lokalnie stała. Jednak globalnie taka rodzina może być bardzo skomplikowana, w zależności od monodromii, która jest odwzorowaniem z przestrzeni pętli w bazie w automorfizmy włókna. Gdy deformujemy pętle w sposób ciągły, jej obraz w monodromii się nie zmienia. Zbiór wszystkich płaskich wiązek nad daną bazą (zwany również rozmaitością reprezentacji) jest ważnym obiektem badań w wielu działach matematyki i fizyki. Należy zrozumieć jego geometrię. "Klasy charakterystyczne" to niezmienniki, które nie zmieniają się przy ciągłej deformacji reprezentacji. Pozwalają więc one policzyć ilość składowych spójnych rozmaitości reprezentacji. Celem naszego projektu jest konstrukcja takich klas charakterystycznych, zwłaszcza w przypadkach, gdy dane są dodatkowe ograniczenia arytmetyczne, na przykład gdy włókna są przestrzeniami wektorowymi nad niezwykłymi ciałami.

b) Uogólnione tridiagonalne izospektralne rozmaitości

Przestrzenie flag, związane z grupami Liego, pełnią ważną rolę w wielu działach matematyki, od kombinatoryki po mechanikę (geometrię symplektyczną). Mają one piękną topologię, kontrolowaną przez ich symetrię. Celem naszego projektu jest zbadanie klasy podrozmaitości w rozmaitościach flag, które zachowują część ich symetrii. Mimo że nie mają tak podstawowego znaczenia jak rozmaitości flag, ich topologia i geometria symplektyczna jest mocno związana z kombinatoryką. Spodziewamy się ładnych odpowiedzi i pięknych obrazków, ale by je otrzymać, musimy rozwinąć istniejące metody obliczeniowe. Te metody z pewnością będą miały zastosowania w wielu innych problemach.

c) Interpolacja wektorowa

Przestrzeń funkcji W nazywamy k-interpolującą, jeśli dla każdych k punktów znajdziemy w W funkcję przyjmującą z góry zadane wartości w tych punktach. Oprócz użytku przy rozwiązywaniu testów na inteligencję, przestrzenie k-interpolujące mają poważne zastosowania przy "data fitting": znajdowaniu prostych reguł opisujących zbiory danych. Oczywiście im mniejsze W tym lepiej: reguły są prostsze. Co ciekawe, problem interpolacji ma związki z geometrią algebraiczną. My chcemy badać problem interpolacji wektorowej, czyli gdy nasze funkcje przyjmują wartości w skończenie wymiarowej przestrzeni wektorowej. Geometryczna konstrukcja małych przestrzeni interpolujących jest możliwa, oraz, co jest być może nieoczekiwane, daje lepsze wyniki niż standardowa procedura zamiany problemu wektorowego na wiele problemów skalarnych.

Geometryczna strona problemu, związana z rozmaitościami Grassmanna, jest w interesujący sposób różna od sytuacji skalarnej.