

STOCHASTYCZNE UKŁADY CZĄSTEK Z SIŁAMI ODPYCHAJĄCYMI POPULARNONAUKOWE STRESZCZENIE PROJEKTU

WPROWADZENIE

Poszukiwanie uniwersalnych wzorców w bardzo skomplikowanych modelach jest jednym z najważniejszych zadań matematyki. Pozwalają one opisać najważniejsze cechy badanych zjawisk przy pomocy kilku wybranych własności. Jednym z podstawowych przykładów jest centralne twierdzenie graniczne. Mówi ono, że suma obserwacji niezależnych zjawisk losowych (np. wyniku rzutu kostką, czasu oczekiwania na autobus w kolejne dni) po odpowiednim unormowaniu zbliża się do tzw. rozkładu normalnego, gdy liczba obserwacji rośnie do nieskończoności. Otrzymana granica jest zawsze taka sama, zaś wymagane normowanie zależy tylko od dwóch cech danego zjawiska: średniej i wariancji. Kluczowe we wspomnianym twierdzeniu założenie niezależności składników jest jednak często nierealistyczne. W wielu ważnych modelach fizycznych występują obiekty silnie na siebie oddziaływujące. Na przykład matematyczny opis zjawisk fizyki wysokich energii bazuje na tzw. hamiltonianach. Są to skomplikowane obiekty, które często modeluje się w sposób przybliżony macierzami losowymi, czyli dużymi kwadratowymi tablicami liczb losowych. Im większa macierz, tym lepsze przybliżenie otrzymujemy. Poziomy energii w danym modelu są wartościami własnymi tych macierzy. Są to wielkości mocno od siebie zależne, jednak można znaleźć pewne uniwersalne reguły zbieżności, gdy rozmiar macierzy rośnie do nieskończoności. Okazuje się, że po odpowiednim przeskalowaniu graniczne zachowanie wartości własnych (poziomów energii) opisane jest przez tzw. rozkład Wiegnera. Także w tym przypadku tylko pewne wybrane własności symetrii rozważanych modeli fizycznych oraz dwie charakterystyki wyjściowych macierzy losowych mają znaczenie. Twierdzenie to udowodnił Eugen Wigner w 1955r. i leży ono u podstaw bardzo ważnych działów matematyki teoretycznej i stosowanej.

CEL PROJEKTU

Celem niniejszego projektu jest rozważanie zagadnień zbieżności związanych z ciągłymi stochastycznymi odpowiednikami macierzy losowych. Rozważane przez nas obiekty losowe ewoluują w czasie. Ich wartości własne stanowią bardzo ważny przykład tzw. układów cząstek z siłami odpychającymi. Są to obiekty losowe, które poruszają się w sposób chaotyczny, jednak wraz ze zbliżaniem się do siebie coraz mocniej się odpychają, zaś siła z jaką to robią jest odwrotnie proporcjonalna do odległości między nimi. Będziemy badać bardzo ogólne modele tego typu i szukać odpowiedzi na pytanie o ich zachowanie graniczne, gdy liczba cząstek wzrasta do nieskończoności. Interesować nas będzie także zagadnienie zderzania się cząstek. Może się bowiem zdarzyć, że siły odpychające są słabe i chaotyczny ruch cząstek prowadzi do kolizji. Badanie takich układów staje się wtedy bardzo trudne, dlatego istotne jest podanie warunków koniecznych i dostatecznych gwarantujących brak kolizji międzycząsteczkowych. Dodatkowo przeanalizujemy przypadek układów cząstek ze słabymi siłami odpychania, dokonując odpowiednich modyfikacji tak, aby zachować pierwotną kolejność między nimi. Może to wymagać rozważania dodatkowego odbijania się cząstek w momencie zderzenia.

ZNACZENIE PROJEKTU

Zaplanowane badania są częścią rachunku prawdopodobieństwa i będą miały znaczenie z punktu widzenia teorii procesów stochastycznych, w szczególności teorii stochastycznych równań różniczkowych z singularnymi współczynnikami. Jednak kontekst proponowanych badań jest dużo szerszy i obejmuje teorię macierzy losowych, niekomutatywny rachunek prawdopodobieństwa oraz zastosowania w fizyce matematycznej, czy statystyce fizycznej. Projekt kontynuuje ideę uogólniania wyniku Wignera na szersze klasy macierzy, co było w ostatnich latach motorem bardzo intensywnych badań w teorii macierzy losowych. Z drugiej strony spodziewane wyniki pozwolą zdefiniować nowe klasy rozkładów i dyfuzji w wolnej (niekomutatywnej) probabilistyce.