

Wyzwania dla automatycznego wnioskowania w rozstrzygalnych fragmentach logiki pierwszego rzędu: drzewa, porządki i liczebniki

Logika pierwszego rzędu jest językiem formalnym powszechnie stosowanym w celu opisywania ustrukturyzowanych zespołów obiektów i danych. Połączenie matematycznej precyzji z intuicyjną czytelnością pozwoliło jej osiągnąć status standardowego środka wyrazu w wielu dyscyplinach akademickich. Stosowanie języków formalnych, w tym logiki pierwszego rzędu, dla opisu, formułowania zapytań i manipulacji danymi jest praktyką głęboko zakorzoną w informatyce.

Sama koncepcja automatycznego wnioskowania z użyciem języków formalnych nawiązuje do czasów antycznych, ale pytanie o istnienie algorytmu umożliwiającego wnioskowanie w logice pierwszego rzędu, znane jako *Entscheidungsproblem*, zostało sformułowane na początku dwudziestego wieku. Dość szybko okazało się, że taki algorytm nie istnieje; innymi słowy, logika pierwszego rzędu jest nierozstrzygalna. W takiej sytuacji możliwe są dwa podejścia; każde z nich odniosło znaczące sukcesy na przestrzeni ostatnich lat. Pierwsze polega na poszukiwaniu algorytmów, które pozwalają wnioskować w dowolnych klasach formuł logiki pierwszego rzędu, godząc się z tym iż, niezależnie od tego jak dobrze sprawdzają się one w praktyce, zawsze znajdują się instancje, dla których zawiodą. Drugie polega na ograniczeniu uwagi do podzbioru – bądź, jak go nazywamy, *fragmentu* logiki pierwszego rzędu, dla którego problem ustalenia prawdziwości jest algorytmicznie rozstrzygalny, wykorzystując fakt, że formuły, które spotykamy w licznych sytuacjach życiowych, swobodnie się w danym fragmencie mieszczą.

Dla fragmentów, w których wnioskowanie jest rozstrzygalne, celowe jest badanie złożoności obliczeniowej, co stanowi znaczący kierunek badań w informatyce teoretycznej. Ogólna prawidłowość, która się tu wyłania, to swoisty kompromis pomiędzy siłą wyrażania, a możliwościami obliczeniowymi: im logika ma większą moc wyrażania, tym większa jej złożoność obliczeniowa. Badania rozstrzygalności fragmentów logiki pierwszego rzędu próbują ustalić dokładne warunki tej zależności.

Praktyczne znaczenie powyższych zagadnień związane jest z ich zastosowaniem w technologiach informacyjnych. Wiele systemów IT korzysta z dostępu do baz danych, w którym uwzględniana jest teoria związana z rozważaną dziedziną (tzw. *background theory*). W takim przypadku znalezienie odpowiedzi na zapytanie nie polega na prostym dopasowaniu zapytania do danych zapamiętanych w tabelach, ale na znalezieniu takiego dopasowania, które jest zgodne z teorią opisaną w języku pewnej logiki. Aby takie wnioskowanie mogło być wykonywane automatycznie, rozważana logika musi być rozstrzygalna. Trzy najbardziej znaczące fragmenty warte wymienienia w tym miejscu to logika pierwszego rzędu z dwiema zmiennymi, fragment strzeżony (baza większości logik *deskryptywnych*) i logika *fluted* (ostatnio nieco pomijany fragment, zdefiniowany w latach 60-tych). Wspomniany wyżej kompromis zmienia się wówczas na pytanie o to, jak pogodzić możliwość efektywnego odpowiadania na zapytania do baz danych z możliwością opisaną odpowiedniej wiedzy ogólnej w teorii (*background theory*). Wiadomo, że w odniesieniu do obliczalności i efektywności obliczeń dwa konkretne wymagania ekspresyjne stwarzają znaczne problemy, a mianowicie, operowanie na danych uporządkowanych (czyli takich, gdzie jedna wartość danych jest pod pewnym względem *większa* niż druga) oraz manipulacja danymi o strukturze drzewiasto-podobnej (takiej jak, przykładowo, dokumenty XML).

Planowane badania mają na celu rozwiązanie kilku otwartych problemów skupionych wokół wnioskowania w świecie porządków i drzew uwzględniając możliwość użycia liczebników. W poszukiwaniu rozwiązania tych problemów wykorzystywane będą rozliczne metody matematyczne w różnych kombinacjach, które były stosowane dla innych problemów dotyczących rozstrzygalności lub złożoności fragmentów logiki pierwszego rzędu. Rozwiązanie tych problemów poszerzy możliwości projektantów systemów wyszukiwania informacji opartych o wiedzę odnośnie logik, które potencjalnie mogą być przez nich stosowane.