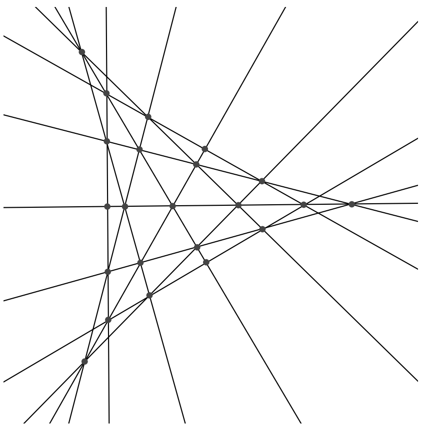
Konfiguracje prostych i ich własności algebraiczne i geometryczne.

Opis popularny

Konfiguracje prostych są klasycznym obiektem zainteresowania w geometrii. Były badane już w starożytności, m.in. przez Pappusa z Aleksandrii, który udowodnił swoje słynne twierdzenie na początku IV wieku. Pod koniec XIX wieku Sylvester zproponował badanie konfiguracji prostych rzeczywistych z tak małą liczbą punktów podwójnych (punktów, w których dokładnie 2 proste z konfiguracji się przecinają) jak to możliwe (a najlepiej bez takich punktów). Żeby uniknąć trywialnych przypadków Sylvester był zainteresowany prostymi na płaszczyznach rzutowych, są to rozszerzenia płaszczyzn euklidesowych, na których nie ma prostych równoległych, tzn. każda para prostych ma punkt przecięcia. Około 1940r. Gallai udowodnił, że konfiguracja prostych rzeczywistych zawsze ma punkty podwójne. Dopiero niedawno Green i Tao udowodnili, że liczba punktów podwójnych nie może być mniejsza niż połowa liczby prostych (poza krótką listą wyjątków).

Böröczky skonstruował serie przykładów, w których liczba punktów podwójnych jest równa, bądź bardzo bliska dolnemu oszacowaniu podanemu przez Greena i Tao. Taka przykładowa konfiguracja 12 prostych jest przedstawiona na Rysunku 1.



Rysunek 1. Konfiguracja Böröczky'ego 12 prostych.

Konfiguracje Böröczky'ego przyciągnęły sporo uwagi ostatnio kiedy okazało się, że ich punkty przecięcia zadają kontrprzykłady do ważnych hipotez w algebrze przemiennej. Te konfiguracje pojawiły się ostatnio także w badaniu systemów liniowych z narzuconymi zbiorami punktów bazowych i związanymi z tymi badaniami nieoczekiwanymi hiperpowierzchniami.

Celem tego projektu jest badanie i opisanie algebraicznych i geometrycznych właściwości konfiguracji Böröczky'ego oraz ich pewnych rozszerzeń, tzn. takich konfiguracji, które zawierają je jako właściwe podzbiory. Wyniki uzyskane w projekcie powinny przyczynić się do lepszego zrozumienia relacji zawierania między symbolicznymi i zwykłymi potęgami ideałów jednorodnych oraz związków między nieoczekiwanymi hiperpowierzchniami a właściwościami zbiorów punktów, które je zadają.