1. Rozumienie nieskończoności zależy od tego, jak zdefiniujemy skończoność. We współczesnej matematyce (w teorii Cantora) pojęcia *skończony* i *nieskończony* są odnoszone do zbiorów. Odpowiednio liczby nieskończone (kardynalne i porządkowe) opisują zbiory nieskończone.

Miarą skończoności są liczby skończone. Liczby skończone to liczby naturalne. Są one dodawane, mnożone i porównywane jako mniejsze-większe. Odpowiednio liczby nieskończone też są dodawane, mnożone i porównywane. Jednak arytmetyka liczb nieskończonych Cantora nie zachowuje wszystkich własności liczb skończonych, np. dodawanie i mnożenie liczb porządkowych nie jest przemienne, tzn. nie zawsze $a+b$ jest równe $b+a$, nie zawsze ab jest równe ba. Porównując arytmetykę liczb nieskończonych z działaniami na ułamkach zauważamy kolejne ograniczenia teorii Cantora: nie istnieją ani ujemne, ani ułamkowe liczby nieskończone, co znaczy, że gdy a jest liczbą nieskończoną, to ani $-a$, ani $a/2$ nie są określone.

2. Celem projektu jest teorii nieskończoności, w której liczby nieskończone są poddawane takim samym operacjom jak ułamki. Matematyczne aspekty tej teorii oparte są na pracach L. Eulera i J. Conway'a. W perspektywie historycznej sięga ona *Elementów* i *Optyki* Euklidesa.

Proponowana teoria obejmuje liczby porządkowe Cantora, dlatego jest rozszerzeniem teorii nieskończoności obowiązującej we współczesnej matematyce. Jednak w proponowanej teorii działania na liczbach porządkowych są definiowane inaczej niż w teorii Cantora, mianowicie tak, że mnożenie i dodawanie liczb porządkowych jest przemienne. Ponadto w teorii tej istnieją *ujemne i ułamkowe liczby porządkowe.*

3. W badaniach opracujemy filozoficzne, matematyczne i historyczne podstawy teorii. Pokażemy, że w matematyce greckiej pojęcie *skończoności* w pierwszym rzędzie odnoszono do odcinków. Odcinki dodawano, dzielono na części i porównywano, występowały one także w relacji proporcji. Miały one również własność Archimedesa: gdy $a < b$, to wśród kolejnych wielokrotności odcinka a, czyli $a + a$, $a + a + a$ itd., istnieje odcinek większy niż b, tzn. $a + ... + a > b$. U źródeł matematyki skończone było więc to, co jest podzielne na części i ma własność Archimedesa. Tak rozumiana skończoność stanowi punkt wyjścia naszej teorii nieskończoności.

Pokażemy, że w kolejnych okresach historycznych definiowano nowe operacje na odcinkach. W XVII wieku wprowadzono mnożenie i dzielenie, a w XVIII – odcinki (liczby) nieskończone, tj. takie, które nie mają własności Archimedesa. Takie nieskończone liczby dodawano, mnożono i porównywano, a jednocześnie w sposób naturalny stosowano ujemne i ułamkowe liczby nieskończone.

4. Gdy a jest jest liczbą nieskończoną, to $1/a$ jest nieskończenie małą. Liczby nieskończenie małe charakteryzują systemy niearchimedesowe i dlatego w tytule projektu za przeciwieństwo nieskończoności przyjęliśmy nieskończenie małe, a nie liczby naturalne, jak w teorii Cantora. W naszej teorii liczby nieskończone należą do struktury, którą nazywa się ciałem niearchimedesowym, co znaczy, że na liczbach nieskończonych można wykonywać operacje takie, jak na ułamkach.