Wybrane węzły interpolacji w aproksymacji wielomianowej

Interpolacja wielomianowa daje jedną z najprostszych metod aproksymowania danych lub funkcji. Dla zadanych par $(x_1, y_1), ..., (x_n, y_n)$ możemy znaleźć wielomian interpolacyjny p taki, że $p(x_1) = y_1, ..., p(x_n) = y_n$ i mówimy, że p interpoluje wartości $y_1, ..., y_n$ w węzłach $x_1, ..., x_n$. Oczekujemy, że p jest najniższego możliwie stopnia. Jeśli $y_1 = f(x_1), ..., y_n = f(x_n)$ dla pewnej funkcji f to p jest nazywane wielomianem interpolacyjnym dla f. Za pomocą tych wielomianów możemy aproksymować skomplikowane funkcje wielomianami, które są relatywnie proste.

Taka aproksymacja jest możliwa, jeśli mamy "dobre" węzły. Wybór odpowiednich węzłów jest skomplikowanym problemem i zależy od zbioru, gdzie wymagana jest aproksymacja. Z pewnych teoretycznych rezultatów wiemy, że istnieje wiele dobrych węzłów. Jednak możemy je znaleźć efektywnie tylko dla kilku szczególnych zbiorów takich jak odcinek lub koło. Dlatego poszukujemy innych konkretnych przykładów zbiorów, gdzie możemy znaleźć dokładne dobre węzły.

Wydaje się, że najprostszą metodą konstrukcji dobrych węzłów dla zadanego zbioru jest znalezienie ich w sposób numeryczny. Niestety, to często wymaga od nas rozwiązania bardzo trudnego problemu optymalizacji. To z tego powodu poszukujemy innych nowych algorytmów.

Projekt zajmuje się problemami, które są obecnie intensywnie badane. Znalezienie dobrych węzłów interpolacji jest kluczowym problemem dla metod numerycznych rozwiązywania równań różniczkowych cząstkowych. Dlatego ten temat ma wpływ na rozwój różnych obszarów nauki. Pewne rezultaty związane z tym tematem znalazły ważne zastosowania np. w Magnetic Particle Imaging (MPI) w medycynie klinicznej w testach diagnostycznych. Postęp w teorii interpolacji ma ważne konsekwencje i zastosowania w rekonstrukcji i porównywaniu obrazów oraz przetwarzaniu i przesyłaniu danych, co jest użyteczne np. w medycynie klinicznej, technologii smartfonów itd.