

# Losowe procesy w losowym środowisku

Dariusz Buraczewski

W ostatnich latach na znaczeniu zyskują dyskretne struktury losowe. Jest obszar rachunku prawdopodobieństwa, pełen interesujących i często zaskakujących wyników, który łączy matematykę z informatyką teoretyczną i fizyką statystyczną. W ramach projektu zamierzamy badać m.in. spacery losowe, procesy gałązkowe, modele urnowe, a więc podstawowe modele probabilistyczne, intensywnie badane od wielu już lat. Chcemy jednak spojrzeć na nie z nowego punktu widzenia i obserwować zjawiska, które wciąż nie są dobrze opisane w literaturze. Mianowicie będziemy badać ich zachowanie w pewnym dodatkowym losowym środowisku. Z praktycznych powodów warto rozważać modele ewoluujące w nieregularnym środowisku, z pewną dodatkową losowością, która pozwala uwzględnić dodatkowe losowe czynniki, rozmaite defekty i fluktuacje.

Prosty spacer losowy na zbiorze liczb całkowitych może być opisany przez losowy ruch cząsteczki, która początkowo umieszczona jest w zerze i w każdym kroku z prawdopodobieństwem  $1/2$  przechodzi jeden krok w lewo lub w prawo. Z uwagi na naturalną definicję, a jednocześnie dosyć prostą strukturę proces ten od dawna służy do modelowania wielu zjawisk losowych. Jego zachowanie jest dosyć dobrze zrozumiane, gdyż może być reprezentowany jako suma niezależnych zmiennych losowych o identycznym rozkładzie. Niestety założenie jednorodności środowiska, w którym przemieszcza się cząsteczka może być nierealne. Często w praktyce mogą pojawić się losowe przeszkody, zanieczyszczenia, które powodują, że środowisko, w którym przemieszcza się cząsteczka jest niejednorodne. Pojawia się więc potrzeba wprowadzenia i analizy nowego modelu, który uwzględni ten aspekt.

Procesy gałązkowe modelują biologiczne procesy reprodukcji, ale z uwagi na ich drzewiastą strukturę znajdują liczne zastosowania w informatyce i fizyce. Proces gałązkowy zaczyna się zazwyczaj od jednej cząsteczki, która produkuje swoje potomstwo według pewnej losowej ustalonej reguły, tworząc w ten sposób pierwszą generację. Następnie każda cząsteczka produkuje swoje potomstwo, niezależnie od pozostałych, ale według tych samej reguły co rodzic. Proces jest kontynuowany, być może na zawsze, a być może wymrze w pewnej generacji. Tak zdefiniowany proces w każdym kroku używa tej samej reguły reprodukcji. W praktyce jednak należy rozważać sytuację, gdy reguły reprodukcji w każdej generacji są losowe (np. z uwagi zmieniające się środowisko, w którym rozwija się proces).

Głównym celem naszego projektu jest analiza własności podstawowych obiektów losowych w losowych mediach z naciskiem na rolę dodatkowej losowości. Z jednej strony chcemy dogłębnie zrozumieć jak losowe środowisko wpływa na własności procesu. Pomimo iż problem ten był już analizowany w literaturze i wiadomo, że po uwzględnieniu losowego środowiska powstają nowe zjawiska, wiele ważnych pytań pozostało otwartych. Zasadniczą część projektu zamierzamy jednak poświęcić na zrozumienie problemu, kiedy uwzględnienie losowego środowiska rzeczywiście jest istotne. Zmieniając środowisko chcemy obserwować fundamentalne własności procesu i zlokalizować moment, w którym losowość zaczyna odgrywać istotną rolę. Mamy nadzieję, że w ten sposób uzyskamy lepsze zrozumienie losowych procesów w losowym środowisku.