Puste przyrzeczenia Thomasa Jerome Schaefera Streszczenie popularnonaukowe

December 7, 2020

Wiele problemów w informatyce daje się wyrazić przy pomocy Problemu Spełnialności Więzów (Constraint Satisfaction Problem, CSP): CSP ma zmienne i więzy i celem jest znaleźć wartościowanie zmiennych spełniające wszystkie więzy jednocześnie. Oczywistą korzyścią z wyrażania wielu różnych problemów w jednym języku jest możliwość zastosowania jednego algorytmu do rozwiązywania ich wszystkich.

Niestety, problemy opisane w poprzednim paragrafie są trudne. Nawet jeśli więzy są podane w najprostszy możliwy sposób: poprzez wymienienie dopuszczalnych wartościowań zmiennych, problem jest NP-zupełny. Wynika z tego, że konstrukcja wydajnego algorytmu rozwiązującego wszystkie instancje CSP jest, aktualnie, niemożliwa.

W 1998 Feder i Vardi[1] zaproponowali podział CSP na podproblemy. Powiedzmy, że dopuszczamy tylko więzy z ustalonego, skończonego zbioru: czy możemy szybko rozwiązać tak ograniczony problem? Okazuje się, że w niektórych przypadkach tak, ale, co ważniejsze, dla każdego skończonego zbioru więzów problem jest NP-zupełny lub rozwiązywalny w wielomianowym czasie (trudny, albo łatwy, bez problemów o złożonościach pośrednich). Ten słynny wynik został udowodniony w 2017 niezależnie przez Bulatova[2] i Zhuka[3].

Posiadanie "idealnego" rozwiązania, to bardzo pożądana cecha, ale w niektórych przypadkach możemy rozluźnić ten warunek - nie wymagamy idealnego rozwiązania, zadowala nas rozwiązanie "wystarczająco dobre". Jeśli dany na wejściu graf jest 3-kolorowalny to znalezienie 3 kolorowania jest przykładem (konstruktywnego) CSP. Ale co jeśli 5-kolorowanie jest dla nas wystarczająco dobre. Czy możemy znaleźć takie 5-kolorowanie (wciąż, przy założeniu 3-kolorowalności) w wielomianowym czasie? To jest przykład (konstruktywnego) Promise CSP (PCSP). Ogólne podejście do tego typu problemów zostało zaproponowane[4] w 2018 przez Brakensieka i Guruswami i takie właśnie problemy planujemy badać.

Dokładniej: planujemy pracować w kierunku udowodnienia dychotomii dla Boolowskich PCSP. Boolowska dychotomia dla CSP, która jest specjalnym przypadkiem wyniku Zhuka i Bulatova, została udowodniona[5] przez Schaefera w 1978. Problemy Spełnialności Więzów (CSP) mogą być postrzegane jako specjalny przypadek PCSPs: przypadek, w który przyrzeczenia są puste; to czyni wynik Schaefer'a częścią naszego docelowego problemu. Boolowska dychotomia dla PCSP jest problemem otwartym. W tym projekcie proponujemy parę konkretnych zadań, leżących w zasięgu możliwości doktoranta, które mają za zadanie przetrzeć szlak w kierunku klasyfikacji Boolowskich PCSP.

[1] Tomás Feder and Moshe Y. Vardi. The computational structure of monotone monadic SNP and constraint satisfaction: A study through Datalog and Group Theory. *SIAM J. Comput.*, 28(1):57–104, 1998

[2] Andrei A. Bulatov. A Dichotomy Theorem for Nonuniform CSPs. In *Proceedings of FOCS'17*, pages 319–330. IEEE Computer Society, 2017

[3] Dmitriy Zhuk. A Proof of CSP Dichotomy Conjecture. In *Proceedings of FOCS'17*, pages 331–342. IEEE Computer Society, 2017

[4] Joshua Brakensiek and Venkatesan Guruswami. Promise constraint satisfaction: Structure theory and a symmetric boolean dichotomy. In *Proceedings of SODA'18*, pages 1782–1801. SIAM, 2018

[5] Thomas J. Schaefer. The Complexity of Satisfiability Problems. In *Proceedings of STOC'78*, pages 216–226. ACM, 1978