*Piotr Dyszewski* *3 grudnia 2020*

# Opis projektu

Wiele zjawisk w otaczającym nas świecie jest kontrolowanych przez rzadkie zdarzenia, takie jak klęski żywiołowe lub krachy na giełdzie. Te incydenty są często zestawiane z ogólnymi obserwowanymi trendami w danej dziedzinie życia. Prowadzi to do wzajemnego oddziaływania wydarzeń rzadkich i typowych. Projekt ma na celu wypracowanie nowych metod, które pozwoliłyby na skuteczną analizę takich zależności. Dokładniej zbadamy modele probabilistyczne, które są zbudowane przy użyciu losowych komponentów, które wykazują dwa typy zachowań. Pierwszy, dotyczący typowych komponentów, związany jest z pewnym granicznym zachowaniem całego modelu. Drugi, który przejawiają nietypowe komponenty, prowadzi do zachowań skrajnych. Jeśli dany model jest wystarczająco duży, obecność nietypowych elementów jest nieunikniona. W tym przypadku zachodzi wzajemna interakcja między wkładem typowych i nietypowe komponentów w niektórych asymptotycznych aspektach modelu. Analiza zwykle opiera się na podstawowej teorii granic, jeśli dominują typowe składniki, lub na teorii wartości ekstremalnych, jeśli dominują komponenty atypowe. Jednak nie ma narzędzi pozwalających analizować scenariusz, w którym wkład pochodzący z obu typów komponentów jest porównywalny. W trakcie tego projektu opracujemy kilka nowych metod odpowiednich do analizy tych przypadków. Skupimy się na konkretnych modelach, które wykazują strukturę gałązkową lub dwuliniową.

Pierwszy typ modeli to procesy stochastyczne indeksowane drzewem. Dokładniej rzecz biorąc, będziemy badać gałązkowe losowe spacery jedno i wielowymiarowe oraz gałązkowe procesy Lévy'ego. Będziemy badać system ewoluujących cząstek, w których każda z nich podąża za ruchem przestrzennym. Ponadto w pewnych momentach cząstki mogą rozszczepiać się na losową liczbę nowych cząstek, które następnie ewoluują niezależnie od pozostałych cząsteczek obecnych w układzie. Takie systemy mają powiązania z modelem Isinga na drzewach lub równaniami różniczkowymi typu Kołmogorowa-Pietrowskiego-Piskunowa. Połączenie z tym drugim wiąże się z ekstremami takich systemów. Podstawowa struktura gałązkowa sprawia, że liczba cząstek obecnych w systemie rośnie wykładniczo w czasie. To z kolei, jeśli ruch przestrzenny ma duży zasięg, sprawia, że obecność nietypowych cząstek jest prawie pewna. Widzimy wykładniczą liczbę typowych cząstek i stały rząd nietypowych cząstek, z których oba przyczyniają się do asymptotyczne zachowanie procesu. Dążymy do opracowania technik, które doprowadziłyby do opisu granic systemu w przypadku, gdy udział cząstek typowych i nietypowych jest nietrywialny. Takie scenariusze nie zostały rozpatrzone ogólnie, a w literaturze nie ma solidnych narzędzi do badania zjawisk tego typu.

Drugi typ modeli to dwuliniowe funkcjonały wielowymiarowych procesów stochastycznych o długim zasięgu. Dokładniej dla dwóch takich procesów, będziemy badać produkty skalarne typu $\ell_2$ i całki stochastyczne. Tego typu obiekty pojawiają się bardzo często w matematyce finansowej, gdzie całki stochastyczne służą do modelowania ewolucji cen danych aktywów. Pomimo dwuliniowego charakteru, jedyne dostępne w literaturze narzędzia pozwalają na potraktowanie przypadku, w którym jeden proces dominuje nad drugim, czyniąc funkcjonał i jego opis asymptotyczny liniowym. Naszym celem jest opracowanie teorii dwuliniowych funkcjonałów, która pozwoliłaby otrzymać dwuliniową asymptotykę, tj. tych o porównywalnym wkładzie pochodzącym z obu procesów.