

# Semantyka oparta na relacji: podejście aksjomatyczne i tablicowe

Ludzie przeprowadzają rozumowania, aby uzyskać nowe, interesujące wnioski na podstawie posiadanych informacji. Nie każde rozumowanie jest jednak poprawne. Zdarza się, że na podstawie prawdziwych informacji wyciągane są fałszywe wnioski.

Dyscypliną naukową, która zajmuje się dostarczaniem metod sprawdzania poprawności rozumowań jest logika. Logika dostarcza także kryteriów poprawności rozumowań. Poprawność rozumowania zależy od pewnego rodzaju związku, który występuje pomiędzy przesłankami a wnioskiem. Związek ten oparty jest o struktury języka oraz jego znaczenie.

Różne systemy logiki, zależnie od rodzaju rozumowań oraz motywacji, powstają poprzez wyróżnienie reguł dowodowych. Dla przykładu, jedną z najbardziej podstawowych reguł inferencji jest reguła Modus Ponens: jeśli zdanie  $A$  jest prawdziwe oraz zdanie " $A$  implikuje  $B$ " jest prawdziwe, to również zdanie  $B$  jest prawdziwe. Reguła ta odzwierciedla powszechnie akceptowany związek pomiędzy przesłankami i wnioskiem, bez względu na wartość logiczną zdań  $A$  oraz  $B$ . Możemy dalej rozszerzać systemy logiki o kolejne wyrażenia, odpowiadające takim zwrotom jak: "i", "lub", "nie" oraz "jeśli . . . , to . . ." i zaproponować dla nich podobne reguły do Modus Ponens. Jednak interpretacja bardziej skomplikowanych filozoficznych pojęć, dla przykładu "konieczne", "możliwe", "wiedzieć", "być przekonany", "być dozwolony" czy "być nakazany" wymaga czegoś więcej. Dlatego filozofowie wymyślili wiele nieklasycznych logik, które wykorzystują nowe reguły inferencji. Zasady te nie zawsze w prosty sposób odzwierciedlają strukturalne własności przesłanek, jak w przypadku Modus Ponens. Zamiast tego, bazują one na intensjonalnych związkach pomiędzy prostszymi zdaniami, takimi jak np.:  $A$  może być przyczyną  $B$ , lub treść  $B$  może być zawarta w treści  $A$ .

Logiki wyznaczone przez semantykę opartą o relację stanowią nowy, obiecujący rodzaj logik, oparty o założenie, że dwa zdania  $A$  i  $B$  mogą być powiązane  $R(A, B)$ , bez zakładania, czym relacja  $R$  jest. W konsekwencji, logiki wiążące pozwalają ująć wiele nieklasycznych pojęć w zuniifikowany sposób.

Celem projektu jest opracowanie metod pozwalających sprawdzać poprawność rozumowań w takich logikach w sposób formalny. Chcemy opracować ogólnie dwa podejścia: aksjomatyczne oraz tablicowe. Pierwsze podejście polega na przyjęciu aksjomatów oraz reguł dowodzenia, które pozwalają wyprowadzić wszystkie prawdziwe zdania danej logiki. Podejście tablicowe z kolei polega na tym, że na podstawie przyjętych reguł dowodzenia możemy przekształcać wyrażenia logiki, szukając modelu, w którym dane zdania są fałszywe.

Projekt rozwiązuje i porusza następujące problemy semantyki opartej na relacji:

- opracowanie filozoficznych podstaw semantyki opartej na relacji,
- ustalenie kwestii wyrażalności relacji w języku przedmiotowym, a więc odpowiedzi na pytanie, czy w języku logiki można wyrazić fakt, że dwa zdania pozostają w relacji,
- ogólna metoda aksjomatyzacji semantycznych struktur w języku, w którym relacja jest wyrażalna,
- metoda postępowania w tych sytuacjach, w których relacja w języku nie jest wyrażalna w dowolnej klasie modeli,
- ogólna metateoria systemów tablicowych w poszerzonym języku, w którym daje się wyrazić bezpośrednio relację,
- problem definiowania systemów tablicowych w nieposzerzonym języku logiki wiążącej, bez dodatkowych wyrażeń, oraz jego ograniczenia.