

Popularnonaukowy opis badań w projekcie
„Perturbacje potoków lokalnie hamiltonowskich i uogólnione przekładania
odcinków”

Badania naukowe układów dynamicznych zainicjowano na początku XX wieku. Pojawiły się one w centrum zainteresowań naukowców, ponieważ modelują matematycznie wiele zjawisk obserwowanych m.in. w fizyce, astronomii i ekonomii. Na przykład modelują one ruch ciał niebieskich, odbicie promieni świetlnych i ruch cząstek. *Potoki lokalnie hamiltonowskie*, które pojawiają się w tytule projektu, służą m.in. do opisywania dynamiki podobnych obiektów.

Wiele modeli matematycznych ma swój początek jako modele „idealne”, tzn. modele, w których uwzględniamy zmniejszoną liczbę czynników. Na przykład, gdy rozważamy ruch cząsteczki gazu wewnątrz pudełka, zazwyczaj ignorujemy wpływ sił grawitacyjnych pomiędzy cząstką a cząstkami pudełka. Naturalnym sposobem na uczynienie modelu bardziej „wiarygodnym” jest dodanie zaburzenia, które odpowiada siłom, które w idealnej sytuacji zwykle ignorujemy. Są to właśnie *perturbacje*, które zamierzamy badać.

Układy zaburzone, z racji swojej natury, są bardziej skomplikowane do zbadania niż prostsze modele idealne. Pojawia się naturalne pytanie: czy zakłócenia są naprawdę istotne, aby zbadać dynamikę interesującego nas obiektu? Mówiąc dokładniej, czy istnieje inny sposób obserwacji zaburzonego układu, za pomocą którego wracamy do badania „idealnego” modelu bez żadnej straty informacji? Tą zmianę punktu widzenia możemy postrzegać jako istnienie *sprzężenia* pomiędzy układem zaburzonym i niezaburzonym. Jednym z głównych celów naszego projektu jest ustalenie, czy takie sprzężenie istnieje, a jeśli istnieje, to jakie ma własności.

Często problem badania układu sprowadza się do sytuacji, w której mamy mniej informacji, ale ta którą otrzymujemy ze zredukowanego modelu, nadal umożliwia szczegółowe badanie pierwotnego problemu. Wyobraźmy sobie np. promień światła przemieszczający się po dużym skończonym obszarze ze skończoną liczbą przeszkód i od czasu do czasu wychwytywany przez liniowy detektor. Zapamiętujemy tylko położenie punktu, w którym promień przeszedł przez liniowy detektor. Jeśli promień penetruje każdy zakątek całej przestrzeni, możemy założyć, że przechodzi także przez powierzchnię detektora. Tym sposobem, uzyskujemy cenne informacje dokonując pomiarów w znacznie mniejszej skali. Obiekty matematyczne opisujące kolejne przejścia promienia przez detektor to *uogólnione przekładania odcinków* (po angielsku *generalized interval exchange transformations (GIETs)*).

Aby przyjrzeć się bliżej perturbacjom potoków lokalnie hamiltonowskich, zamierzamy zbadać dokładnie własności GIETów. Po pierwsze, aby zbadać dynamikę opisanych wcześniej perturbacji potoków, sprawdzimy na ile stowarzyszony GIET daje się uprościć. Mówiąc dokładniej, zbadamy, czy zmieniając sposób w jaki mierzymy naszą przestrzeń, uzyskamy układ otrzymywany z potoku niezaburzonego. Po drugie, chcemy zrozumieć, jak mierzyć zbiory punktów w dziedzinie GIETa, aby po zadziałaniu odwzorowania nie zmieniała się miara zbioru. Wtedy, klasyczne twierdzenie ergodyczne Birkhoffa dostarcza informacji statystycznych o tym, jak układ zmienia stan punktu w dłuższej perspektywie czasowej.