

Sieci są wszechobecnym elementem naszego życia w XXI wieku. Rzeczywiste przykłady sieci są różnorodne, ale wszystkie mają wspólny mianownik: obiekty połączone więzami. Kiedy wyekstrahujemy tę cechę powstaje abstrakcyjny model sieci, który nazywamy grafem. Graf składa się z wierzchołków oraz krawędzi: każda krawędź łączy dwa wierzchołki. Kiedy modelujemy sieć transportową to wierzchołki są miastami a krawędzie to drogi, połączenie kolejowe czy też lotnicze. Chemik molekularny rozważa grafy w których wierzchołki są atomami a krawędzie reprezentują molekularne więzy. Fizyk statystyczny używa grafów by modelować formacje kryształów. W końcu internet jest jednym wielkim grafem w którym wierzchołkami są strony internetowe, a krawędzie są hiperlinkami. Teoria grafów, czyli dziedzina nauki poświęcona matematyce takich sieci, zyskała na znaczeniu w ostatnich dziesięcioleciach właśnie dzięki wszechobecności sieci w naszym codziennym życiu.

W tym projekcie będziemy badać grafy planarne, tj. grafy które mogą być narysowane bez przecięć na kartce papieru. Jednym z najbardziej znanych twierdzeń w matematyce jest Twierdzenie o Czterech Barwach: każdy graf planarny możemy poprawnie pokolorować czterema kolorami. Dowód tak niewinnego twierdzenia wymaga głębokiego zrozumienia struktury grafów planarnych i jest jednym z głównych osiągnięć matematyki i informatyki teoretycznej XX wieku.

Obecnie można odnieść wrażenie, że wszystko co ważne o strukturze grafów planarnych zostało już odkryte i dogłębnie zrozumiane. Nic bardziej mylnego, wciąż pojawiają się zaskakujące twierdzenia. Jeden z takich wyników został uzyskanych przez trójkę liderów tego projektu w 2019 r. i to twierdzenie zostało ochrzczone twierdzeniem o strukturze produktowej. Twierdzenie mówi, że każdy graf planarny można zanurzyć w produkt dwóch prostych grafów: grafu podobnego do drzewa oraz ścieżki. Okazało się, że takie zanurzenie jest kluczem do rozwiązania wielu otwartych od lat problemów kombinatorycznych i algorytmicznych.

Celem tego projektu jest poszukiwanie nowych aplikacji twierdzenia o strukturze produktowej oraz budowanie teorii wokół tego twierdzenia.