

Głównym celem projektu jest badanie struktur kombinatorycznych w kontekście teoriomnogścio-  
wym, topologicznym i w kontekście analizy funkcjonalnej. Nieco upraszczając, można powiedzieć,  
że w matematyce mamy do czynienia z obiektami dwojakiego rodzaju: definiowalnymi (takimi jak  
zbiory borelowskie, czy też, ogólnie, zbiory definiowane konkretną formułą) i bardziej złożonymi,  
takimi, które nie mają żadnego definiowalnego opisu. Ten podział znajduje odbicie w strukturze  
naszego projektu. Pierwsza jego część dotyczy struktur definiowalnych: analitycznych P-ideałów  
i przestrzeni Banacha z bazą bezwarunkową, natomiast druga - ultrafiltrów, nieośrodkowych prze-  
strzeni Banacha i innych obiektów dalekich od bycia definiowalnymi.

Za obydwoma tymi częściami stoją bardzo konkretne motywacje. W przypadku pierwszej część  
jest to silny związek między analitycznymi P-ideałami a przestrzeniami Banacha z bazą bezwarun-  
kową, odkryty przez Borodulina-Nadzieję i Farkasa. To odkrycie daje nadzieję, że teoria przestrzeni  
Banacha dostarczy interesujących wyników strukturalnych i przykładów teorii analitycznych P-  
ideałów i vice versa. Motywacja stojąca za częścią drugą to silne przekonanie, że algebry miarowe  
nie były badane wystarczająco intensywnie jako źródło ważnych obiektów kombinatorycznych.

Chcemy badać związki między kombinatoryką rodzin skończonych podzbiorów zbioru liczb na-  
turalnych, geometrią związanych z nimi przestrzeni Banacha i złożonością analitycznych P-ideałów  
generowanych przez bazy tych przestrzeni. W szczególności, chcielibyśmy scharakteryzować te ro-  
dziny zbiorów skończonych, które indukują  $\ell_1$ -nasycone przestrzenie Banacha czy też przestrzenie  
Banacha z własnością Schura. Chcemy też badać ideały indukowane przez rodziny, które nie są  
zwarte i związane z nimi kwestie uniwersalności.

Planujemy także analizować strukturę algebr miarowych z punktu widzenia kombinatoryki,  
topologii i forcingu. W szczególności chcielibyśmy zbadać pewne podalgebry algebry miarowej de-  
finiowane w terminach przybliżania zbiorami otwarto-domkniętymi, użyć metod wprowadzonych  
przez Borodulina-Nadzieję i Sobotę do analizy ultrafiltrów w forcingowym rozszerzeniu random i  
określić związek między algebrą  $\mathcal{P}(\omega)/Fin$  a algebrą miarową.

Będziemy używać standardowych metod czystej matematyki, polegających na próbach dowo-  
dzenia lub obalania hipotez, używając wyników obecnych już w literaturze i omawiając hipotezy i  
problemy z innymi matematykami. Te metody mogą skierować nasze badania w nieoczekiwanym  
kierunku. Planujemy użyć narzędzi odkrytych w ostatnich paru latach, by zmierzyć się z pewnymi  
znanymi problemami otwartymi i by badać pewne klasyczne objekty.

Uczestnikami projektu są: Piotr Borodulin-Nadziejka (Wrocław), Barnabas Farkas (Wiedeń),  
Grzegorz Plebanek (Wrocław), Damian Sobota (Wiedeń), Lyubomyr Zdomskyy (Wiedeń).