

Szerszy kontekst badawczy

Teoria mnogości to dział matematyki badający pojęcie nieskończoności. W obrębie tego kierunku badań udało się zarówno odpowiedzieć na wiele pytań podstawowych dotyczących jego własnej problematyki, jak i znaleźć wiele zastosowań do innych gałęzi matematyki. Program Gödla to jeden z najistotniejszych programów badawczych teorii mnogości dotyczący zasadniczego zagadnienia tego działu: niezależności. Jednym z głównych celów programu Gödla jest wyznaczenie rdzenia uniwersum teoriomnogościowego, tj. klasy obiektów definiowalnych, których definiowalność zachowuje się we wszystkich rozszerzeniach generycznych uniwersum. W ramach naszego projektu badamy obiekty z rdzenia uniwersum, których definicje opierają się o zbiory uniwersalnie Baire'a.

Cele badawcze

W projekcie zamierzamy badać obiekty łagodne w Modelach Wywiedzionych. Model Wywiedziony to model Aksjomatu Determinacji otrzymany z liczby kardynalnej będącej granicą liczb Woodina zawierający wszystkie silnie zdeterminowane podzbiory prostej rzeczywistej. Ogólnym celem projektu jest klasyfikacja obiektów łagodnych przy założeniu istnienia wielkich liczb kardynalnych. Szczególnie fascynująca jest możliwość, że klasa wszystkich obiektów łagodnych sama jest obiektem łagodnym. Wydaje się, że model zawierający taką klasę stanowiłby ostateczny możliwy Model Wywiedziony. Niedawne odkrycia Müller i Sargsyana dokonane niezależnie przy badaniu dwóch odrębnych kwestii sugerują, że systematyczne badanie modeli Aksjomatu Determinacji z bogatą strukturą ponad ich liczbą Theta jest nie tylko możliwe, ale wręcz konieczne, by posunąć naprzód teorię modeli wewnętrznych. To właśnie stanowi główny cel naszego projektu.

Metody

Korzystamy z metod deskryptywnej teorii modeli wewnętrznych, działu teorii modeli wewnętrznych, w którym wykorzystuje się techniki deskryptywnej teorii mnogości do konstrukcji skomplikowanych modeli wewnętrznych. Ścisłej rzecz biorąc zamierzamy wykorzystać metody opierające się o niedawne przełomowe wyniki Müller, Sargsyana – Larsona – Wilsona, Sargsyana – Larsona oraz Sargsyana i Tranga.

Nowatorstwo

Zamierzamy badać modele Aksjomatu Determinacji, które nie są konstruowalne w sensie Gödla powyżej zbioru potęgowego liczb rzeczywistych. Pominąwszy niewielką liczbę bardzo niedawnych wyników jest to zagadnienie kompletnie nie poruszane w literaturze. W zeszłym roku Larson i Sargsyan użyli takich modeli by odrzucić starą hipotezę o iterowalności pewnych konstrukcji ekstenderów certyfikowanych. To wskazuje, że zrozumienie wewnętrznej struktury takich modeli, w wypadku ich pracy wypadku modelu Changa, jest istotne by posunąć naprzód program modelu wewnętrznego. Proponujemy nowatorską systematyczną analizę takich modeli i spodziewamy się, że ich rozszerzenia forsingowe mogą mieć ciekawą strukturę kombinatoryczną. W związku z tym zamierzone wyniki projektu mogłyby potencjalnie być zastosowane by odrzucić niektóre długo otwarte hipotezy programu modelu wewnętrznego, co doprowadziłoby do uzyskania jaśniejszego obrazu modeli wewnętrznych z obszaru ekstenderów krótkich.