

Popularnonaukowe streszczenie projektu.

Granica jest jednym z fundamentalnych pojęć matematycznych. Posługiwali się nim już starożytni matematycy greccy – Archimedes, używając tak zwanych wielkości nieskończenie małych, znalazł wzór na pole koła i elipsy. Stosując przejście graniczne, Isaac Newton oraz Gottfried Leibniz sformułowali w wieku XVII-tym rachunek różniczkowy, a mniej więcej 200 lat później Bernhard Riemann zdefiniował całkę oznaczoną, pozwalającą m.in. obliczać pola figur jeszcze dużo bardziej skomplikowanych niż koło.

W największej ogólności koncepcję granicy można opisać jako metodę stopniowego przybliżania złożonych obiektów z użyciem obiektów prostszych. Zazwyczaj przy tym kojarzy się granice z liczbami, okazuje się jednak, że można o nich mówić w wielu innych kontekstach. W latach 50-tych XX-ego wieku Roland Fraïssé sformułował ogólną teorię, w ramach której np. porządek liczb wymiernych jest granicą skończonych porządków liniowych. Podobnie można mówić o granicach grafów, przestrzeni Banacha, czy algebr Boole’a.

Granice Fraïsségo mają dwie kluczowe cechy. Po pierwsze, są one jednorodne, co oznacza – w pewnym uproszczeniu – że żaden ich element nie jest wyróżniony. Po drugie zaś, mają zazwyczaj generyczny, czyli w pewnym sensie typowy charakter. Własność tę można przedstawić na przykładzie granicy Fraïsségo grafów skończonych. Otóż jeśli będziemy w losowy sposób konstruować graf przeliczalny, np. rzucając monetą, żeby zdecydować o istnieniu krawędzi pomiędzy ustalonymi wierzchołkami, z prawdopodobieństwem 1 otrzymamy właśnie ów graf graniczny.

W naszym projekcie będziemy zajmować się badaniem różnego rodzaju obiektów jednorodnych i generycznych, często z użyciem teorii granic Fraïsségo. Poruszać się będziemy przede wszystkim w obszarze teorii grup metrycznych, układów dynamicznych, teorii operatorów i przestrzeni Banacha. Spróbujemy znaleźć nowe przykłady granic Fraïsségo, zbadać ich własności, a także rozwinąć samą teorię, tak aby znalazła zastosowanie w różnych interesujących matematyków sytuacjach, które dotychczas wykaczały poza jej ramy.